



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN

MATEMATICAS DISCRETAS 3006906
TALLER 5, SEMESTRE 02–2019, se estudia en febrero de 2020

El libro de texto es: R. Johnsonbaugh, Matemáticas discretas, 6a. ed. Pearson, 2005. De este libro se recomienda realizar los siguientes ejercicios:

Sección 5.1: 2, 6, 7, 11, 13, 14, 17, 23, 27, 28, 29, 30, 31.

En los ejercicios en los que se pide calcular el máximo común divisor, calcule también el mínimo común múltiplo.

Correcciones en ejercicios 23 y 30:

En ejercicio 23 los números son $3^2 \times 7^3 \times 11$ y $2^3 \times 5 \times 7$

En ejercicio 30 debe agregarse la hipótesis $c \neq 0$.

Sección 5.2: 8, 9, 11, 15, 16, 21, 22.

Sección 5.3: 2, 4, 7, 8, 15, 24, 25.

En cada uno de los ejercicios 2, 4, 7 y 8, para los enteros dados a y b , encuentre enteros s y t tales que $sa + tb = \text{mcd}(a, b)$.

Sección 7.1: 1, 2, 3, 20 (Corrección: el patrón ausente en las cadenas es 00.), 57.

Sección 7.2: 11, 15, 16, 17.

1. Pruebe que se cumplen las siguientes propiedades del máximo común divisor de dos enteros:

- Si $\text{mcd}(a, b) = 1$ y $\text{mcd}(a, c) = 1$, entonces $\text{mcd}(a, bc) = 1$.
- Si $\text{mcd}(a, b) = 1$ y $c \mid a$ entonces $\text{mcd}(b, c) = 1$.
- Si $\text{mcd}(a, b) = 1$ entonces $\text{mcd}(ac, b) = \text{mcd}(c, b)$.
- Si $\text{mcd}(a, b) = 1$ y $c \mid (a + b)$ entonces $\text{mcd}(a, c) = \text{mcd}(b, c) = 1$.

2. Suponga que $\text{mcd}(a, b) = 1$ Demuestre los siguientes enunciados:

- $\text{mcd}(a + b, a - b) = 1$ ó 2 .
- $\text{mcd}(2a + b, a + 2b) = 1$ ó 3 .
- $\text{mcd}(a + b, a^2 + b^2) = 1$ ó 2 . (**Ayuda:** $a^2 + b^2 = (a + b)(a - b) + 2b^2$.)
- $\text{mcd}(a + b, a^2 - ab + b^2) = 1$ ó 3 . (**Ayuda:** $a^2 - ab + b^2 = (a + b)^2 - 3ab$.)

3. Muestre que si n y k son positivos, entonces

$$\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil = \left\lfloor \frac{n-1}{k} \right\rfloor + 1.$$

4. Muestre que el cociente q y el residuo r cuando a se divide por $d > 1$ son

$$q = \left\lfloor \frac{a}{d} \right\rfloor \quad \text{y} \quad r = a - d \cdot \left\lfloor \frac{a}{d} \right\rfloor.$$