UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN

MATEMATICAS DISCRETAS 3006906
TALLER 7, SEMESTRE 02–2019

El libro de texto es: R. Johnsonbaugh, Matemáticas discretas, 6a. ed. Pearson, 2005. De este libro se recomienda realizar los siguientes ejercicios:

Sección 6.1: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 20, 23, 24, 26, 27, 28, 30, 54, 57.
Sección 6.2: 2, 3, 8, 10, 13, 19, 24, 28, 32, 33, 38, 58, 60, 61, 63, 65.
Sección 6.6: 2, 3, 7, 8, 9, 13.
Sección 6.7: 3, 4, 5, 22.
Sección 6.8: 5, 24.

1. Sección 6.6, ej. 11 Un examen tiene 12 problemas. ¿De cuántas formas se puede asignar puntos (enteros) si el total de puntos es 100 y cada problema recibe al menos 5 puntos?

2. Sección 6.6, ej. 14 ¿De cuántas formas se pueden distribuir 10 libros distintos entre tres estudiantes si el primero recibe cinco libros, el segundo tres y el último dos?

3. Sección 6.6, ej. 15 a 21 Suponga que hay tres pilas con al menos 10 bolas idénticas azules, rojas y verdes, respectivamente.

   (a) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 10 bolas?
   (b) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 10 bolas si se selecciona al menos una bola azul?
   (c) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 10 bolas si se tiene que seleccionar al menos una bola azul, al menos dos rojas y al menos tres verdes?
   (d) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 10 bolas si se selecciona exactamente una bola azul?
   (e) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 10 bolas si se selecciona exactamente una bola azul y al menos una bola roja?
   (f) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 10 bolas si se selecciona a lo mas una bola azul?

4. Sección 6.6 Ej. 22 a 29 Halle las soluciones enteras de la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 = 15$$

   sujetas a las condiciones dadas.
   (a) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.
   (b) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, x_3 \geq 1$.
   (c) $x_1 = 1, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.
   (d) $x_1 \geq 0, x_2 > 0, x_3 = 1$.
   (e) $x_1 > 2, x_2 > 1, x_3 > 0$.
   (f) $0 \leq x_1 \leq 6, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

5. Las letras A, B, C, D y E se usan para formar cadenas de longitud 3.

   (a) ¿Cuántas cadenas se pueden formar si se permiten repeticiones?
   (b) ¿Cuántas cadenas se pueden formar si no se permiten repeticiones?
   (c) ¿Cuántas cadenas comienzan con A, permitiendo repeticiones?
   (d) ¿Cuántas cadenas comienzan con A, si no se permiten repeticiones?
   (e) ¿Cuántas cadenas no contienen la letra A, permitiendo repeticiones?
   (f) ¿Cuántas cadenas no contienen la letra A, si no se permiten repeticiones?
   (g) ¿Cuántas cadenas contienen la letra A, permitiendo repeticiones?
   (h) ¿Cuántas cadenas contienen la letra A, si no se permiten repeticiones?

6. Considere los enteros entre 5 y 500 (incluyéndolos).
   (a) ¿Cuántos números hay? (b) ¿Cuántos son pares?
   (c) ¿Cuántos consisten de dígitos distintos? (d) ¿Cuántos son divisibles por 5?
   (f) ¿Cuántos contienen el dígito 7? (e) ¿Cuántos son impares?
   (g) ¿Cuántos no contienen el dígito 0? (h) ¿Cuántos son mayores que 101 y no contienen el dígito 6?
   (i) ¿Cuántos tienen los dígitos en orden estrictamente creciente? (P.e. 7, 25, 189).
   (j) ¿Cuántos son de la forma abc, donde $0 \neq a < b$ y $b > c$? (P.e. 150, 276).

7. ¿Cuántas permutaciones hay de 11 elementos distintos? ¿Cuántas 5-permutaciones hay de 11 elementos distintos?

8. ¿Cuántas cadenas se pueden formar si se usan todas las letras de las siguientes palabras?
   (a) $SUCCESS$ (b) $AARDVARK$ (c) $ABRACADABRA$
   (d) $SALESPERSONS$ (e) $EVERGREEN$ (f) $SEERESS$

9. Una bolsa contiene 20 bolas: 6 rojas, 6 blancas y 8 negras.
   (a) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 5 si las bolas se consideran distintas?
   (b) ¿De cuántas formas se pueden seleccionar 5 si las bolas del mismo color se consideran distintas?
   (c) ¿De cuántas formas se pueden sacar 2 rojas, 3 blancas y 2 negras si las bolas del mismo color se consideran distintas?
   (d) Sacamos 5 bolas y luego las reemplazamos. Luego, sacamos 5 bolas más. ¿De cuántas formas se pueden seleccionar si las bolas se consideran distintas?
   (e) Sacamos 5 bolas sin reemplazarlas. Luego, sacamos 5 bolas más. ¿De cuántas formas se pueden seleccionar si las bolas se consideran distintas?
   (f) Sacamos 5 bolas al menos una roja y luego las reemplazamos. Sacamos 5 bolas a lo sumo una verde. ¿De cuántas formas se pueden seleccionar si las bolas se consideran distintas?

10. ¿De cuántas formas se pueden distribuir 15 libros idénticos de matemáticas entre 6 estudiantes?

11. Muestre que $(kn)!$ es divisible por $(n!)^k$

12. Expanda los siguientes binomios usando el teorema binomial de Newton.
   (a) $(x+y)^4$ (b) $(2c-3d)^5$ (c) $(1+2x)^3$

13. Halle el coeficiente del término dado cuando la expresión se expande.
   (a) $x^4y^7 \quad (x+y)^{11}$. (b) $x^7 \quad (x+1)^{11}$.
   (c) $s^6t^6 \quad (2s-t)^{12}$. (d) $x^2y^3z^5 \quad (x+y+z)^{10}$.
   (e) $a^8b^9 \quad (3a+2b)^{17}$. (f) $x^{101}y^{99} \quad (2x-3y)^{200}$.

14. Halle una fórmula para el coeficiente de x^k en la expansión de $(x+1/x)^{100}$, donde k es un entero par.

15. Dé un argumento combinatorio para mostrar que $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$. Recuerde que $\binom{n}{k} = C(n,k)$.

16. Dé un argumento combinatorio para mostrar que $\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2$.

17. Halle la suma $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + (n-1) \cdot n = \sum_{i=2}^{n} (i-1) \cdot i$.

18. Sea b_n el número de cadenas binarias de longitud n y que no contienen el patrón o subcadena 111. Determine una ecuación de recurrencia para a_n y sus respectivas condiciones iniciales.

19. Halle una relación de recurrencia para el número de cadenas de bits de longitud n que contiene un par de ceros consecutivos.
   (a) ¿Cuáles son las condiciones iniciales?
   (b) ¿Cuántas cadenas de bits de longitud siete contienen un par de ceros consecutivos?