

# MATEMÁTICAS ESPECIALES

Año 2017

Taller 1

1. Sea  $f(t) = \sin(\frac{\pi}{3}t) + \sin(\frac{2\pi}{5}t) + \sin(2\pi t + \frac{\pi}{6}) + \cos(10\pi t + \frac{\pi}{3})$ . Hallar el periodo de  $f$ .

2. Hallar la serie de Fourier de la función  $2\pi$ -periódica  $f$  definida como

$$f(x) = x + |x|; \quad -\pi < x < \pi.$$

3. Supongamos que  $f$  es una función  $2L$ -periódica que es integrable en cualquier intervalo finito. Probar que si  $a \in \mathbb{R}$ ,

$$\int_{-L}^L f(x) dx = \int_a^{a+2L} f(x) dx$$

(Es decir, los coeficientes de Fourier se pueden calcular integrando sobre cualquier intervalo de longitud  $2L$ ).

4. Encontrar la serie de Fourier de la función 2-periódica,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida como

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 1 - x, & 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

5. Demuestre que:

(a) Si  $f$  es una función integrable en  $[-L, L]$  y es par,

$$\int_{-L}^L f(x) dx = 2 \int_0^L f(x) dx.$$

(b) Si  $f$  es una función integrable en  $[-L, L]$  y es impar,

$$\int_{-L}^L f(x) dx = 0.$$

6. Encontrar la serie de Fourier de la función  $2\pi$ -periódica,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida como

$$f(x) = \begin{cases} \pi x + x^2, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi x - x^2, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

y use el resultado para encontrar el valor de la serie

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$$