MATEMÁTICAS ESPECIALES
Año 2017
Taller 2

(Muchos de estos ejercicios son tomados del texto guía)

1. Representar la siguiente función f por una serie de Fourier de senos y trazar la extensión periódica correspondiente de $f(x)$
$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < L/2 \\ L - x, & L/2 \leq x < L. \end{cases}$$

2. Representar la siguiente función f por una serie de Fourier de cosenos y trazar la extensión periódica correspondiente de $f(x)$
$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right), \quad 0 < x < L.$$

3. Encontrar la serie compleja de Fourier de las siguientes funciones y luego convertirlas a la forma real.
   (a) $f(x) = x \quad 0 < x < 2\pi.$
   (b)
$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

4. Usando la representación en integrales de Fourier demostrar que
$$\int_0^\infty \frac{\sin \pi\omega \, \sin x\omega}{1 - \omega^2} d\omega = \begin{cases} \frac{\pi}{2}\sin x & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & x > \pi. \end{cases}$$

5. Si $f(x)$ tiene la representación
$$f(x) = \int_0^\infty A(\omega) cos(\omega x) d\omega,$$
demostrar que
$$f(ax) = \frac{1}{a}\int_0^\infty A\left(\frac{\omega}{a}\right)\cos(\omega x) d\omega \quad (a > 0)$$