

MATEMÁTICAS ESPECIALES

Año 2017

Taller 4

1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, la función definida por $f(x) = e^{-|x|}$ cuya transformada de Fourier es

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{1 + \omega^2}.$$

- (a) Si $h(x) = f(x - 2)$, halle la transformada de Fourier de h .
(b) Si $g(x) = xf(4x)$, halle la transformada de Fourier de g .
(c) Si $k(x) = f''(x - 1)$, halle la transformada de Fourier de k .
(d) Si se sabe que $\mathcal{F}\{\sqrt{2}e^{-x^2}\} = e^{-\omega^2/4}$, calcule

$$\int_{-\infty}^{+\infty} i\omega e^{-\frac{\omega^2}{4} - 3i\omega} d\omega.$$

2. Sea

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } |x| \leq 2 \\ 0, & \text{si } |x| > 2. \end{cases}$$

Encuentre $\mathcal{F}\{g * g\}$ y $\mathcal{F}\{xg(x)\}$.

3. Sea $a \in \mathbb{R}$ una constante positiva. Encontrar la transformada de Fourier de la función

$$f(x) = \frac{a}{a^2 + x^2}.$$

Sugerencia: $f(x) = \frac{1}{a} \frac{1}{1 + (x/a)^2}$, hacer un cambio de variable y usar el ejercicio 1.

4. (a) Encuentre la transformada de Fourier de las funciones g y h dadas por $h(x) = \pi e^{-|x+5|}$ y

$$g(x) = \begin{cases} -1, & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0, & \text{si } |x| > 1. \end{cases}$$

- (b) Calcule el valor de la integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \omega}{\omega} \frac{1}{1 + \omega^2} e^{5i\omega} d\omega.$$