

MATEMÁTICAS ESPECIALES

Año 2017

Taller 6

1. Encontrar la solución $u(x, y)$ de la ecuación

$$u_{xyy} + u_x = 0.$$

2. Encontrar la solución $u(x, y)$ de la siguiente ecuación usando la técnica de separación de variables:

$$yu_x - xu_y = 0.$$

3. Usando la transformación $v = x, z = x + y$, resuelva la ecuación:

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0.$$

4. Encuentre una función u de clase C^2 que resuelva la siguiente ecuación diferencial parcial con las condiciones dadas:

$$u_{xy} = xy, \quad u(x, 0) = x, \quad u(1, y) = \cos y.$$

5. Sea $f(x) = x, 0 < x < 1$.

(a) Demuestre que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} \sin(n\pi x) = x$ para todo $x \in (0, 1)$.

(b) Sea $u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} e^{-n^2\pi^2 t} \sin(n\pi x)$. Aceptando que la serie se puede derivar

término a término, demuestre que u resuelve el problema

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & 0 < x < 1; t > 0 \\ u(x, 0) = x, & 0 < x < 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0. \end{cases}$$