MATEMÁTICAS ESPECIALES
Año 2017
Taller 7

1. Encontrar, usando el método de D'Alembert, la deflexión de la cuerda vibratoria (con $L = \pi$, extremos fijos y $c^2 = 1$), con la velocidad inicial cero y deflexión inicial $f(x) = k(\sin(x) - \sin(2x))$ con $k > 0$ constante.

2. Encontrar la deflexión de la cuerda vibratoria (con $L = \pi$, extremos fijos y $c^2 = 1$), correspondiente con la velocidad inicial cero y deflexión inicial $f(x) = k(\pi x - x^2)$ con $k > 0$ constante.

3. Las vibraciones longitudinales de una barra elástica en la dirección del eje X están gobernadas por la ecuación de onda $u_{tt} = c^2 u_{xx}$, con $c^2 = T/\rho$. Si la varilla está sujeta en el extremo $x = 0$, y está suelta en el extremo $x = L$ (es decir $u_x(L, t) = 0$). Demuestre que el movimiento correspondiente a las condiciones iniciales $u(x, 0) = f(x)$ y velocidad inicial cero es

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(p_n x)\cos(p_n c t), \quad \text{con} \\ A_n &= \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin(p_n x)\,dx, \\ p_n &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{L}. \end{aligned}$$

4. Considere la ecuación de onda con $c^2 = 25, L = \pi, f(x) = x(\pi - x), g(x) = 0$, para una cuerda fija en los extremos. Use la fórmula de D'Alembert para encontrar $u\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{5}\right)$.