

Es decir, $\text{Sen}\left(\frac{x+p}{3}\right) + \text{Cos}\left(\frac{x+p}{5}\right) = \text{Sen}\left(\frac{x}{3}\right) + \text{Cos}\left(\frac{x}{5}\right)$.

Notemos que esta igualdad se tiene si $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \text{Sen}\left(\frac{x}{3} + \frac{p}{3}\right) = \text{Sen}\left(\frac{x}{3}\right) \\ \text{Cos}\left(\frac{x}{5} + \frac{p}{5}\right) = \text{Cos}\left(\frac{x}{5}\right). \end{cases}$$

Para que se cumpla la primera basta que $\frac{p}{3} = 2n\pi$, $n \in \mathbb{N}$ y la segunda se cumple si $\frac{p}{5} = 2m\pi$ con $m \in \mathbb{N}$.

luego, si $6n\pi = 10m\pi$; es decir, $3n = 5m$, obtenemos que n y m deben ser tales que $3n$ sea múltiplo de 5 y $5m$ sea múltiplo de 3. Hay infinitas posibilidades, el menor múltiplo de 3 y de 5 es 15 que se obtiene con $n=5$ y $m=3$.

Por tanto el periodo es $p = 6n\pi = 30\pi$ (o $p = 10m\pi = 30\pi$).

En conclusión el periodo (fundamental) de h es 30π .

✓ Nota. se puede demostrar que funciones como

$$F(x) = \text{Sen}[\alpha(x+w_1)] + \text{Cos}[\beta(x+w_2)]$$

son periódicas si y sólo si $\frac{\alpha}{\beta} \in \mathbb{Q}$.

✓ EJ $g(x) = \text{Sen}(x+2) + \text{Cos}[(\pi+1)x]$ no es periódica pues $p/\alpha = \pi+1 \notin \mathbb{Q}$.