

Lista 7

- (1) Sea (X_n) una sucesión de Cauchy en un E.M. (E, d) la cual tiene un punto de acumulación. Pruebe que la sucesión converge.
- (2) Sean (X, ρ) y (Y, δ) espacios métricos. Ya sabemos que $E = X \times Y$ es un espacio métrico con la métrica $d = \rho + \delta$. Pruebe que $\{(x_n, y_n)\}$ es una sucesión de Cauchy en $X \times Y$ si, y solo si, (x_n) es de Cauchy en X y (y_n) es de Cauchy en Y .
- (3) Pruebe que toda sucesión de Cauchy en un espacio métrico con la discreta, converge.
- (4) Sea K un subconjunto compacto no vacío de un espacio métrico E . Demuestre que existen $a, b \in K$ tales que $d(a, b) = \text{diam}(K)$.
- (5) Sean K y H subconjuntos compactos de un espacio métrico (E, d) . Pruebe que existen $a \in K$ y $b \in H$ tales que $\text{dist}(K, H) = d(a, b)$.