

Universidad Nacional de Colombia
Introducción al análisis funcional
Primer parcial
Marzo 19 de 2016

Todo debe estar bien justificado

1. (15 %) Defina o enuncie de manera precisa lo siguiente: Base de Hamel, Base de Schauder, Lema de Zorn y Espacio métrico separable.
2. (25 %) Enuncie y demuestre la Desigualdad de Hölder.
3. (25 %) Pruebe que l^∞ es un espacio de Banach.
4. (15 %) Sean $(X, \|\cdot\|)$ un espacio normado y Z un subespacio cerrado de X . Pruebe que en el espacio cociente X/Z , la expresión

$$\|[x]\| := d(x, Z)$$

define una norma en este espacio.

5. (20 %) Demuestre que para $1 \leq p < q \leq \infty$ se verifica $l^p \subset l^q$ y además, para todo $x \in l^p$,

$$\|x\|_q \leq \|x\|_p.$$